Instituto de Matemática
Cálculo I
2018-2

Prueba N° 2

Apellido paterno:	Apellido materno:	Nombre:

Pregunta 1	Pregunta 2	Pregunta 3	Pregunta 4	Nota

Instrucciones:
- **NO HAY CONSULTAS**. Las respuestas sin desarrollo o sin justificación, no dan puntaje.
- Conteste en forma ordenada y justifique adecuadamente cada respuesta.
- Queda prohibido el uso de calculadoras programables, formulario y **celulares**.

Nota $= 1+\frac{Puntos}{10}$. **Duración** = 60 minutos

---

1) **[15 pts]** Sea $y = f(x)$ definida de la siguiente manera:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2+10x+3}{x^2+4x+3} & \text{si } x < -3 \\ 4 & \text{si } x = -3 \\ a \cdot \frac{\sin(x+3)}{x+3} & \text{si } x > -3 \end{cases}$$

Determinar los valores de a, de modo que $f(x)$ sea continua en el punto $x = -3$.

Solución:

- $f(-3) = 4$

2 puntos

- $\lim\limits_{x\to -3^-} f(x) = \lim\limits_{x\to -3} \frac{3x^2+10x+3}{x^2+4x+3} = \lim\limits_{x\to -3} \frac{(x+3)(3x+1)}{(x+3)(x+1)} = 4$

6 puntos

- $\lim\limits_{x\to -3^+} f(x) = \lim\limits_{x\to -3} a \cdot \frac{\sin(x+3)}{x+3} = a$

4 puntos

Luego para que f sea continua en $x = -3$ $a = 4$.

3 puntos

2) **[15 pts]** Encuentre la ecuación de la recta tangente a la curva

$$y = f(x) = 2e^{-x} \cdot \cos(2x)$$

en el punto de abscisa $x = 0$.

Solución:

$$f'(x) = -2e^{-x} \cdot \cos(2x) - 4e^{-x} \cdot \sin(2x) \Rightarrow f'(0) = -2$$

7 puntos

Así la ecuación de la recta tangente con pendiente -2 y que pasa por el punto $(0, 2)$ es:

4 puntos

$$y = -2x + 2$$

4 puntos

3) **[15 pts]** Calcule la derivada de las siguientes funciones:

a) $y = f(x) = \dfrac{e^{x^2} \cdot \sin x}{x^3 + 6}$

Solución:

$$f'(x) = \frac{(2xe^{x^2} \sin x + e^{x^2} \cos x)(x^3 + 6) - e^{x^2} \sin x \cdot 3x^2}{(x^3 + 6)^2}$$

8 puntos

b) $y = f(x) = \sqrt{\dfrac{x^2}{x^2 + 1}}$

Solución:

$$f'(x) = \frac{1}{2} \left(\frac{x^2}{x^2 + 1} \right)^{-1/2} \cdot \frac{2x(x^2 + 1) - x^2 \cdot 2x}{(x^2 + 1)^2}$$

7 puntos

4) **[15 pts]** Sea $f(x) = 2[g(\ln(x + 1))]^3$, con f y g funciones derivables. Calcular $f'(0)$, si se sabe que $g(0) = 1$ y $g'(0) = -1$

Solución:

$$f'(x) = 6[g(\ln(x + 1))]^2 \cdot g'(\ln(x + 1)) \cdot \frac{1}{x + 1}$$

10 puntos

Luego

$$f'(0) = 6[g(0)]^2 \cdot g'(0) \cdot 1 = 6 \cdot 1 \cdot (-1) = -6$$

5 puntos